中学 2 年 数学 復習プリント「一次関数の応用」30 問

_____組_____番 氏名：_____

【P1】変域とグラフの応用（Q1〜Q6）

次の問いに答えなさい。

1. 一次関数 $y = 2x - 3$ で、x の変域が $1 \leqq x \leqq 4$ のとき、y の変域を求めよ。
2. 一次関数 $y = -3x + 5$ で、x の変域が $-2 \leqq x \leqq 3$ のとき、y の変域を求めよ。
3. 一次関数 $y = 4x + b$ で、x の変域が $1 \leqq x \leqq 3$ のとき、y の最大値が 14 である。切片 b の値を求めよ。
4. 一次関数 $y = -2x + b$ で、x の変域が $-1 \leqq x \leqq 4$ のとき、y の最小値が -5 である。切片 b の値を求めよ。
5. 一次関数 $y = ax + 3$ で、x の変域が $2 \ldots x \ldots 5$ のとき、y の変域が $7 \ldots y \ldots 13$ である。定数 a の値を求めよ。
6. 一次関数 $y = ax + b$（$a < 0$）で、x の変域が $1 \leqq x \leqq 3$ のとき、y の変域が $2 \leqq y \ldots 8$ である。定数 a, b の値を求めよ。

【P2】料金プラン・生活の応用（Q7〜Q12）

次の問いに答えなさい。

7. 長さ 15cm の線香があり、火をつけると 1 分間に 0.5cm ずつ短くなる。火をつけてから x 分後の線香の長さを $y$cm として、y を x の式で表せ。
8. 7 番の問いで、線香が燃え尽きるのは火をつけてから何分後か求めよ。
9. 深さ 40cm の水槽に、はじめ 10cm の高さまで水が入っている。ここに毎分 2cm ずつ高くなるように水を入れる。水を入れ始めてから x 分後の水の深さを $y$cm として、y を x の式で表せ。
10. 9 番の問いで、水槽が満水になるのは水を入れ始めてから何分後か求めよ。
11. A プランは基本料金 1000 円で通話 1 分あたり 20 円。B プランは基本料金 2200 円で通話料は無料。1 ヶ月に x 分通話したときの料金を y 円とする。A プランにおいて y を x の式で表せ。
12. 11 番の問いで、B プランの方が安くなるのは、1 ヶ月の通話時間が何分を超えたときか求めよ。

【P3】動点と面積の変化（Q13〜Q18）

縦 4cm、横 6cm の長方形 ABCD がある。点 P は A を出発して、毎秒 1cm の速さで長方形の辺上を B を通って C まで動く。点 P が A を出発してから x 秒後の △APD の面積を $y$cm^2 とする。

13. 点 P が辺 AB 上にあるとき（ $0 \leqq x \leqq 4$ ）、y を x の式で表せ。
14. 点 P が辺 BC 上にあるとき（ $4 \leqq x \leqq 10$ ）、面積 y は一定になる。このときの面積 y を求めよ。
15. 点 P が A を出発してから 3 秒後の △APD の面積を求めよ。
16. 点 P が A を出発してから 7 秒後の △APD の面積を求めよ。
17. △APD の面積が 9cm^2 になるのは、点 P が A を出発してから何秒後か求めよ。
18. 点 P が C に到着したときの △APD の面積を求めよ。

【P4】2 直線の交点と図形の面積（Q19〜Q24）

座標平面上に、直線 $l : y = x + 4$ と直線 $m : y = -2x + 10$ がある。直線 l と m の交点を A、直線 l, m と x 軸との交点をそれぞれ B、C とする。

19. 交点 A の座標を求めよ。
20. 点 B の座標を求めよ。
21. 点 C の座標を求めよ。
22. 線分 BC の長さを求めよ。
23. △ABC の面積を求めよ。
24. 点 A を通り、△ABC の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

【P5】速さとグラフ（Q25〜Q30）

A 君は家から 3km 離れた駅に向かって歩いて出発した。出発してから 15 分後に、兄が自転車で家を出発し、同じ道を追いかけた。右の条件のとき、A 君は分速 60m、兄は分速 180m で進むものとする。A 君が家を出発してから x 分後に家から ym 離れているとする。

25. A 君の y を x の式で表せ（ $0 \leqq x \leqq 50$ ）。
26. 兄の y を x の式で表せ（ $15 \leqq x \leqq 32$ ）。
27. 兄が A 君に追いつくのは、A 君が家を出発してから何分後か求めよ。
28. 兄が A 君に追いつくのは、家から何 m 離れた地点か求めよ。
29. 兄が駅に到着したとき、A 君は駅まであと何 m の地点にいるか求めよ。
30. 2 人が 600m 離れるのは、兄が出発してから何分後か求めよ。

【解答と解説】

【P1】変域とグラフの応用

傾き a の符号によって、端点のどちらで最大・最小をとるかが変わります。

1. $a = 2 > 0$（右上がり）。$x = 1$ で最小値 $y = -1$、$x = 4$ で最大値 $y = 5$。 $\mathbf{-1 \leqq y \leqq 5}$
2. $a = -3 < 0$（右下がり）。$x = -2$ で最大値 $y = 11$、$x = 3$ で最小値 $y = -4$。 $\mathbf{-4 \leqq y \leqq 11}$
3. 右上がりなので $x = 3$ で最大。$14 = 4 \times 3 + b \to \mathbf{b = 2}$
4. 右下がりなので $x = 4$ で最小。$-5 = -2 \times 4 + b \to \mathbf{b = 3}$
5. $(2, 7), (5, 13)$ を通るので、傾き $a = \dfrac{13-7}{5-2} = \mathbf{2}$
6. 右下がりなので $(1, 8), (3, 2)$ を通る。傾き $a = \dfrac{2-8}{3-1} = -3$。$y = -3x + b$ に代入して $b = 11$。 $\mathbf{a = -3, b = 11}$

【P2】料金プラン・生活の応用

変化の割合（毎分の変化量）と切片（初期値）を文章から読み取ります。

7. 初期値 15、毎分 0.5 減るので $\mathbf{y = -0.5x + 15}$ （または $y = -\dfrac{1}{2}x + 15$）
8. $y = 0$ を代入。$0 = -0.5x + 15 \to 0.5x = 15 \to$ **30** 分後
9. 初期値 10、毎分 2 増えるので $\mathbf{y = 2x + 10}$
10. $y = 40$ を代入。$40 = 2x + 10 \to 2x = 30 \to$ **15** 分後
11. 基本料金 1000、1 分ごとに 20 増えるので $\mathbf{y = 20x + 1000}$
12. $20x + 1000 > 2200 \to 20x > 1200 \to x > 60$。 **60** 分

【P3】動点と面積の変化

点 P の場所によって、△APD の底辺や高さがどのように変化するかを考えます。底辺を AD（6cm）と固定して考えます。

13. 高さ AB が毎秒 1cm（つまり x）なので、 $y = 6 \times x \div 2 = \mathbf{3x}$
14. P が BC 上にあるとき、高さは常に AB（4cm）で一定。 $y = 6 \times 4 \div 2 = \mathbf{12}\mathrm{cm}^{\mathbf{2}}$
15. $x = 3$ は辺 AB 上。 $y = 3 \times 3 = \mathbf{9}\mathrm{cm}^{\mathbf{2}}$
16. $x = 7$ は辺 BC 上。 面積は一定なので $\mathbf{12}\mathrm{cm}^{\mathbf{2}}$
17. 辺 AB 上（$y = 3x$）より、 $9 = 3x \to$ **3** 秒後
18. C に到着したとき（$x = 10$）も高さは 4cm のままなので $\mathbf{12}\mathrm{cm}^{\mathbf{2}}$

【P4】2 直線の交点と図形の面積

交点は連立方程式、x 軸との交点は $y = 0$ を代入して座標を求めます。

19. 連立方程式を解く。 $x + 4 = -2x + 10 \to 3x = 6 \to x = 2$。 $y = 6$。 $\mathbf{A(2, 6)}$
20. l に $y = 0$ を代入。 $0 = x + 4 \to x = -4$。 $\mathbf{B(-4, 0)}$
21. m に $y = 0$ を代入。 $0 = -2x + 10 \to 2x = 10 \to x = 5$。 $\mathbf{C(5, 0)}$
22. 右の座標から左の座標を引く。 $5 - (-4) = \mathbf{9}$
23. 底辺 BC（9）、高さは点 A の y 座標（6）なので、 $9 \times 6 \div 2 = \mathbf{27}$
24. 面積を 2 等分する直線は、頂点 A と、底辺 BC の中点 M を通る。M の座標は $\left(\dfrac{-4+5}{2}, 0\right) = \left(\dfrac{1}{2}, 0\right)$。2 点 A$(2, 6)$, M$(\dfrac{1}{2}, 0)$ を通る直線の式を求めると、 $\mathbf{y = 4x - 2}$

【P5】速さとグラフ

「進んだ距離 = 速さ × 時間」の関係を利用して式を立てます。単位（km と m）に注意。

25. 分速 60m で進むので、 $\mathbf{y = 60x}$
26. 15 分遅れて出発し分速 180m なので、 $y = 180(x - 15) = \mathbf{180x - 2700}$
27. 2 人の位置が等しくなるとき。 $60x = 180x - 2700 \to 120x = 2700 \to \mathbf{22.5}$ 分後 （22 分 30 秒後）
28. $y = 60 \times 22.5 = \mathbf{1350}$m
29. 兄が駅（3000m）に着くのは、$3000 = 180x - 2700 \to 180x = 5700 \to x = \dfrac{95}{3}$ 分後。このとき A 君は $60 \times \dfrac{95}{3} = 1900$m 地点にいる。 あと $3000 - 1900 = \mathbf{1100}$m
30. 兄が出発してからの時間を t 分とすると、A 君の時間は $(15 + t)$ 分。$(180t) - 60(15 + t) = 600 \to 120t - 900 = 600 \to 120t = 1500 \to \mathbf{12.5}$ 分後 （12 分 30 秒後）