高校１年 数学Ⅰ「数と式（因数分解）」 練習問題①

■ 問題編

次の式を因数分解しなさい。

(1) x^2+5x+6

(2) $x^2-8x+12$

(3) x^2-9

(4) $x^2+12x+36$

(5) $9x^2-4y^2$

(6) $16x^2-24xy+9y^2$

(7) $3a^2b-6ab^2$

(8) $2x^2-8$

(9) ax^2-4ay^2

(10) $3x^3-12x^2+12x$

(11) $2x^2+5x+2$

(12) $3x^2-5x-2$

(13) $4x^2+8x+3$

(14) $6x^2-7x-3$

(15) $3x^2-14xy+8y^2$

(16) $8x^2+14x-15$

(17) $(x+y)^2-4$

(18) $(x-2)^2-2(x-2)-3$

(19) $(x^2-2x)^2-2(x^2-2x)-3$

(20) $(a+b)^2-5(a+b)c+6c^2$

(21) x^4-5x^2+4

(22) x^4-13x^2+36

(23) $x^2+xy-x+y-2$

(24) a^2b+a^2-b-1

(25) $x^2+3xy+2y^2-x-y-2$

(26) $2x^2+5xy+2y^2+4x+5y+2$

(27) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-24$

(28) x^4+4

(29) $a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)+c(a^2-b^2)$

(30) $a^3+b^3+c^3-3abc$

■ 解答・解説編

(1) **解答:** $(x+2)(x+3)$
解説: 和が 5, 積が 6 となる 2 つの数は 2 と 3 です。公式 $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$ を適用します。

(2) **解答:** $(x-2)(x-6)$
解説: 和が -8, 積が 12 となる 2 つの数は -2 と -6 です。

(3) **解答:** $(x+3)(x-3)$
解説: 平方の差の公式 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ より、$x^2-3^2=(x+3)(x-3)$ となります。

(4) **解答:** $(x+6)^2$
解説: 公式 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ より、$x^2+2\cdot 6\cdot x+6^2=(x+6)^2$ となります。

(5) **解答:** $(3x+2y)(3x-2y)$
解説: $(3x)^2-(2y)^2$ と変形し、平方の差の公式を適用します。

(6) **解答:** $(4x-3y)^2$
解説: $(4x)^2-2(4x)(3y)+(3y)^2$ となるため、完全平方式の公式より $(4x-3y)^2$ です。

(7) **解答:** $3ab(a-2b)$
解説: 各項に共通する因数 $3ab$ を括り出します。 $3a^2b-6ab^2=3ab(a-2b)$。

(8) **解答:** $2(x+2)(x-2)$
解説: まず共通因数 2 を括り出すと $2(x^2-4)$ となり、括弧内を平方の差の公式で因数分解します。

(9) **解答:** $a(x+2y)(x-2y)$
解説: 共通因数 a を括り出して $a(x^2-4y^2)=a\{x^2-(2y)^2\}$ とし、平方の差の公式を適用します。

(10) **解答:** $3x(x-2)^2$
解説: 共通因数 $3x$ を括り出すと $3x(x^2-4x+4)$ となり、括弧内を因数分解して $3x(x-2)^2$ となります。

(11) **解答:** $(2x+1)(x+2)$
解説: たすき掛けの法を利用します。$2\times 2=4,\ 1\times 1=1$ で、和が $4+1=5$ となります。

(12) **解答:** $(3x+1)(x-2)$
解説: たすき掛けより、$3\times(-2)=-6,\ 1\times 1=1$ で、和が $-6+1=-5$ となります。

(13) **解答:** $(2x+1)(2x+3)$
解説: たすき掛けにより、 $2\times 3=6,\ 2\times 1=2$ から和が $6+2=8$ となります。

(14) **解答:** $(2x-3)(3x+1)$
解説: たすき掛けにより、 $2\times 1=2,\ 3\times(-3)=-9$ から和が $2+(-9)=-7$ となります。

(15) **解答:** $(3x-2y)(x-4y)$
解説: たすき掛けにより、 $3\times(-4)=-12,\ 1\times(-2)=-2$ から和が $-12+(-2)=-14$ となるので、$(3x-2y)(x-4y)$ です。

(16) **解答:** $(2x+5)(4x-3)$
解説: たすき掛けにより、 $2\times(-3)=-6,\ 4\times 5=20$ から和が $-6+20=14$ となります。

(17) **解答:** $(x+y+2)(x+y-2)$
解説: $x+y=X$ とおくと、$X^2-4=(X+2)(X-2)$。 X を元に戻して $(x+y+2)(x+y-2)$。

(18) **解答:** $(x-5)(x-1)$
解説: $x-2=X$ とおくと、$X^2-2X-3=(X-3)(X+1)$。X に $x-2$ を代入すると、$(x-2-3)(x-2+1)=(x-5)(x-1)$ となります。

(19) **解答:** $(x-3)(x+1)(x-1)^2$
解説: $x^2-2x=X$ とおくと、$X^2-2X-3=(X-3)(X+1)$。元に戻すと $(x^2-2x-3)(x^2-2x+1)$ となり、それぞれの括弧内をさらに因数分解して $(x-3)(x+1)(x-1)^2$ を得ます。

(20) **解答:** $(a+b-2c)(a+b-3c)$
解説: $a+b=X$ とおくと、$X^2-5Xc+6c^2=(X-2c)(X-3c)$ と因数分解できます。X を戻します。

(21) **解答:** $(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)$
解説: $x^2=X$ とおくと、$X^2-5X+4=(X-1)(X-4)$。元に戻すと $(x^2-1)(x^2-4)$ となり、それぞれ平方の差の公式を適用します。

(22) **解答:** $(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$
解説: $x^2=X$ とおくと、$X^2-13X+36=(X-4)(X-9)$。元に戻して $(x^2-4)(x^2-9)=(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$。

(23) **解答:** $(x+1)(x+y-2)$
解説: 次数の低い y について整理します。$y(x+1)+(x^2-x-2)=y(x+1)+(x+1)(x-2)$。共通因数 $(x+1)$ で括ると、$(x+1)(y+x-2)=(x+1)(x+y-2)$。

(24) **解答:** $(a+1)(a-1)(b+1)$
解説: 次数の低い b について整理します。$b(a^2-1)+(a^2-1)=(a^2-1)(b+1)$。さらに (a^2-1) を因数分解して $(a+1)(a-1)(b+1)$ とします。

(25) **解答:** $(x+y-2)(x+2y+1)$
解説: x について整理すると、$x^2+(3y-1)x+(2y^2-y-2)$ です。定数項部分は $(2y+1)(y-2)$ と因数分解できるので、全体をたすき掛けします。和が $3y-1$ になる組み合わせを選びます。

(26) **解答:** $(2x+y+2)(x+2y+1)$
解説: x について整理すると、$2x^2+(5y+4)x+(2y^2+5y+2)$ となります。定数項は $(2y+1)(y+2)$ です。たすき掛けを行うことで、$(2x+y+2)(x+2y+1)$ が導かれます。

(27) **解答:** $(x^2+5x+2)(x^2+5x+8)$
解説: 積の組み合わせを工夫します。$\{(x+1)(x+4)\}\{(x+2)(x+3)\}-24=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-24$。$x^2+5x=X$ とおくと $(X+4)(X+6)-24=X^2+10X=X(X+10)$。戻して $(x^2+5x)(x^2+5x+10)=x(x+5)(x^2+5x+10)$。
修正: 元の式を展開して整理すると $(x^2+5x+2)(x^2+5x+8)$ になります。

(28) **解答:** $(x^2+2x+2)(x^2-2x+2)$
解説: $x^4+4=(x^4+4x^2+4)-4x^2=(x^2+2)^2-(2x)^2$ と変形し、平方の差の公式を適用します。

(29) **解答:** $-(a-b)(b-c)(c-a)$ または $(a-b)(b-c)(c-a)$
解説: 輪環の順に整理します。a について整理すると、$-(b-c)a^2+(b^2-c^2)a-bc(b-c)=-(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}=-(b-c)(a-b)(a-c)=(a-b)(b-c)(c-a)$ となります。

(30) **解答:** $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$
解説: 因数分解の重要公式そのものです。$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ と展開の逆として成り立ちます。